

課題 biadd sequence

biadd sequence $a(1), a(2), \dots, a(i), \dots$ は、 $a(1)=1, a(2)=2$ で、 $a(j)$ ($j>2$) は $a(1), a(2), \dots, a(j-1)$ の中の 2 つの異なる要素の和としてただ一通りに表せるといふ性質を持つ。

n (n は自然数) 以下の biadd sequence を求める問題を考察する。

● 100 以下の biadd sequence の個数 : 26

1	2	3	4	6	8	11	13	16	18
26	28	36	38	47	48	53	57	62	69
72	77	82	87	97	99				

方法 1 : 素朴な解法

$n-1$ 以下の biadd sequence が得られているとして、 n について、biadd sequence の条件を調べる。

- ① 初期数列 $\{1, 2\}$ 。3 に着目する。
 $3=1+2$ より、 $a(3)=3$ である。
- ② 現在の数列 $\{1, 2, 3\}$ 。4 に着目する。
 $4=1+3$ より、 $a(4)=4$ である。
- ③ 現在の数列 $\{1, 2, 3, 4\}$ 。5 に着目する。
 $5=1+4=2+3$ より、2 通りの方法がある。したがって、 $a(5) \neq 5$ である。
- ④ 現在の数列 $\{1, 2, 3, 4\}$ 。6 に着目する。
 $6=2+4$ より、 $a(5)=6$ である。
 $6=1+5$ は、5 が biadd sequence の要素でないから考慮しなくてよい。
- ⑤ 現在の数列 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 。7 に着目する。
 $7=1+6=3+4$ より、2 通りの方法がある。したがって、 $a(6) \neq 7$ である。
- ⑥ 現在の数列 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 。8 に着目する。
 $8=2+6$ より、 $a(6)=8$ である。
 $8=1+7=3+5$ は、5, 7 が biadd sequence の要素でないから考慮しなくてよい。
- ⑦ 現在の数列 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 。9 に着目する。

後は同様。

すなわち、 k について、すべての和の表し方 $1+(k-1), 2+(k-2), \dots$ を調べる。その結果、biadd sequence の要素の数を使って、和の表し方が 1 通りのものを biadd sequence の要素とし、2 通り以上のものを biadd sequence の要素としない。

● プログラム (BS111. bas)

```

1  ' << BS111. bas >>
2  ' Biadd sequenceの生成。
3  '
4  Dim A(1000): ' A(i)=1: iがbiadd sequenceの要素である。
5                ' A(i)=0: iがbiadd sequenceの要素でない。
6  '
7  Do
8  ' 自然数Nの読み込み。
9  Read N
10 If (N <= 0) or (N > 1000) Then Exit Do
11 '
12 ' biadd sequenceの初期化。
13 A(1)=1: A(2)=1
14 '
15 ' biadd sequenceの生成。
16 For K=3 To N
17   IND=0: ' Kを2整数の和としての表し方の個数。*/
18   ' kの表し方が1通りかどうか調べる。
19   For I=1 To Int((K-1)/2)
20     J=
21     If (A(I) = 1) and (A(J) = 1) Then IND=
22   Next I
23   ' biadd sequenceの要素かどうか判定する。
24   If IND = 1 Then A(K)= Else A(K)=
25 Next K
26 '
27 ' biadd sequenceの表示。
28 COUNT=0: ' biadd sequenceの個数。
29 For K=1 To N
30   If A(K) = 1 Then
31     Print Using"#####";k;
32     COUNT=COUNT+1
33   If COUNT Mod 10 = 0 Then Print
34   End If
35 Next K
36 Print
37 Print N;"以下のbiadd sequenceの個数:";COUNT
38 Loop
39 End
40 '
41 ' データ。
42 Data 100, 0

```

実行結果

1	2	3	4	6	8	11	13	16	18
26	28	36	38	47	48	53	57	62	69
72	77	82	87	97	99				

100以下のbiadd sequenceの個数: 26
OK

方法 2 : ふるいを使う。

①まず、1,2に印を付ける。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○										

② 2に着目する。1+2=3より、3に印を付ける。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○									

③ 3に着目する。3は印が1個なので、 $a(3)=3$ とする。
1+3=4, 2+3=5に印を付ける。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○	○	○							

④ 4に着目する。4は印が1個なので、 $a(4)=4$ とする。
1+4=5, 2+4=6, 3+4=7に印を付ける。すでに印がある場合、◎に変更する。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○	○	◎	○	○					

⑤ 5に着目する。5は印が◎なので、少なくとも2通りの表し方がある。
したがって、 $a(5) \neq 5$ とする。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○	○	◎	○	○					

⑥ 6に着目する。6は印が1個なので、 $a(5)=6$ とする。
1+6=7, 2+6=8, 3+6=9, 4+6=10に印を付ける。すでに印がある場合、◎に変更する。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○	○	◎	○	◎	○	○	○		

⑦ 7に着目する。7は印が◎なので、少なくとも2通りの表し方がある。
したがって、 $a(6) \neq 7$ とする。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
○	○	○	○	◎	○	◎	○	○	○		

後は同様。

●プログラム (BS211. bas)

```

1  ' << BS211. bas >>
2  ' biaddシーケンスの生成 (ふるいを使う)
3  '
4  Dim A(10000): ' A(I)はIがbiadd sequenceの要素の和として
5                ' 表される回数を意味する。*/
6  '
7  Do
8      ' 自然数Nの読み込み。
9      Read N
10     If (N <= 0) or (N > 10000) Then Exit Do
11     '
12     ' 初期設定。
13     A(1)=1: A(2)=1
14     For K=3 To N: A(K)=0: Next K
15     '
16     ' biadd sequenceの生成。
17     For K=2 To N
18         If A(K) = 1 Then
19             For I=1 To K-1
20                 If A(I) = 1 Then
21                     J=
22                     If J <= N Then A(J)=
23                 End If
24             Next I
25         End If
26     Next K
27     '
28     ' biadd sequenceの表示。
29     COUNT=0: ' biadd sequenceの個数。
30     For K=1 To N
31         If A(K) = 1 Then
32             Print Using"#####";K;
33             COUNT=COUNT+1
34             If COUNT Mod 10 = 0 Then Print
35         End If
36     Next K
37     Print
38     Print N;"以下のbiadd sequenceの個数:";COUNT
39 Loop
40 '
41 ' データ。
42 Data 100,0

```

実行結果：方法1と同じ