

課題 利息計算

複利の利息計算を考察する。

- (1) 元金 a 円、利率 r で、 n 年預けるときの、 $k(1 \leq k \leq n)$ 年後の元利合計を求めよ。

●プログラム (KA511. bas)

```

1  ' << K511. bas >>
2  '
3  Dim G(100): ' G(i)はi年後の元利合計。
4  '
5  ' 元金a円、利率r、期間n年の読み込み。
6  Read A, R, N
7  '
8  ' 元利合計G(K)の計算。
9  G(0)=
10 For K=1 To N
11   G(K)=*G(K-1)
12 Next K
13 '
14 ' 結果の表示。
15 Print"元金";A
16 Print"利率";R
17 Print
18 Print "期間      元利合計"
19 For K=0 To N
20   Print Using"####      #####";K, G(K)
21 Next K
22 End
23 ' データ
24 Data 10000, 0.05, 10

```

実行結果

```

1 元金 10000
2 利率 0.05
3
4 期間      元利合計
5   0         10000
6   1         10500
7   2         11025
8   3         11576
9   4         12155
10  5         12763
11  6         13401
12  7         14071
13  8         14775
14  9         15513
15 10         16289
16 OK

```

- (2) 元金 a 円、積立金 t 円、利率 r で、 n 年預けるとき、 $k(1 \leq k \leq n)$ 年後の元利合計を求めよ。

●プログラム (KA512. bas)

```

1  ' <<KA512. bas>>
2  '
3  Dim G(100): ' G(i)はi年後の元利合計。
4  '
5  ' 元金a円、積立金t円、利率r、期間n年の読み込み。
6  Read A, T, R, N
7  '
8  ' 元利合計G(K)の計算。
9  G(0)=
10 For K=1 To N
11   G(K)=*G(K-1)+
12 Next K
13 '
14 ' 結果の表示。
15 Print"元金 ";A
16 Print"積立金 ";T
17 Print"利率 ";R
18 Print
19 Print "期間      元利合計"
20 For K=0 To N
21   Print Using"####      #####";K, G(K)
22 Next K
23 End
24 ' データ
25 Data 10000, 1000, 0.05, 10

```

実行結果

```

1 元金 10000
2 積立金 1000
3 利率 0.05
4
5 期間      元利合計
6 0          10000
7 1          11500
8 2          13075
9 3          14729
10 4          16465
11 5          18288
12 6          20203
13 7          22213
14 8          24324
15 9          26540
16 10         28867
17 OK

```

- (3) a円を利率rで借りたとき、毎年一定金額b円返し、n年で返済したい。bを求めよ。

仮の返済額でn年後の借金を計算する。借金がまだ残っている場合、返済額を増やす。返しすぎた場合、返済額を減らす。この操作を繰り返し、n年後の借金が1円未満になったとき終了し、返済額を確定する。

●プログラム (KA513. bas)

```

1  ' <<KA513. bas>>
2  '
3  Dim G(100): ' G(i)はi年後の元利合計。
4  '
5  ' 元金a円、利率r、期間n年の読み込み。
6  Read A, R, N
7  '
8  ' 初期設定。
9  B0=0: ' 返済額の下限。
10 B1=A: ' 返済額の上限。
11
12 Do
13   ' 仮の返済金Bの計算。上限B1と下限B0の平均とする。
14   B=(B0+B1)/2
15   '
16   ' 元利合計G(K)の計算。
17   G(0)=
18   For K=1 To N
19     G(K)=*G(K-1)-
20   Next K
21   '
22   ' 元利合計が1円未満になったら借金が返せたとみなす。
23   If Abs(G(N)) < 1 Then Exit Do
24   ' 上限と下限の更新。
25   If G(N) < 0 Then B1=B Else B0=B
26 Loop
27 '
28 ' 結果の表示。
29 Print"元金 ";A
30 Print"返済金 ";B
31 Print"利率 ";R
32 Print
33 Print "期間      元利合計"
34 For K=0 To N
35   Print Using"####      #####";K, G(K)
36 Next K
37 End
38 ' データ
39 Data 10000, 0.05, 10

```

実行結果

1	元金	10000
2	返済金	1295.013427734375
3	利率	0.05
4		
5	期間	元利合計
6	0	10000
7	1	9205
8	2	8370
9	3	7494
10	4	6573
11	5	5607
12	6	4592
13	7	3527
14	8	2408
15	9	1234
16	10	0
17	OK	

- (4) a円を利率rで借りたとき、毎年一定金額b円返し、n年で返済したい。bを数式で求めよ。

$$b = a \times \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^{n-1}}$$

にすればよい。

●プログラム (KA514. bas)

```

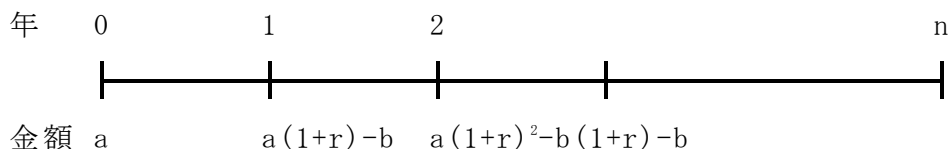
1  ' <<KA514. bas>>
2  '
3  Dim G(100): ' G(i)はi年後の元利合計。
4  '
5  ' 元金a円、利率r、期間n年の読み込み。
6  Read A, R, N
7  '
8  ' 返済金の計算。
9  B= 
10 '
11 ' 元利合計G(K)の計算。
12 G(0)= 
13 For K=1 To N
14   G(K)= *G(K-1)- 
15 Next K
16 '
17 ' 結果の表示。
18 Print"元金 ";A
19 Print"返済金 ";B
20 Print"利率 ";R
21 Print
22 Print "期間      元利合計"
23 For K=0 To N
24   Print Using"####      #####";K, G(K)
25 Next K
26 End
27 ' データ
28 Data 10000, 0.05, 10

```

実行結果

1	元金	10000
2	返済金	1295.04574965456696
3	利率	0.05
4		
5	期間	元利合計
6	0	10000
7	1	9205
8	2	8370
9	3	7494
10	4	6573
11	5	5607
12	6	4592
13	7	3527
14	8	2408
15	9	1233
16	10	-0
17	OK	

返済金を数式で求める。



n年後の借金は、

$$a(1+r)^n - b(1+r)^{n-1} - b(1+r)^{n-2} - \dots - b(1+r) - b$$

となる。まとめると、

$$\begin{aligned}
 & a(1+r)^n - b\{(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1\} \\
 = & a(1+r)^n - b \frac{1 - (1+r)^n}{1 - (1+r)} \\
 = & a(1+r)^n - b \frac{(1+r)^n - 1}{r}
 \end{aligned}$$

上式を0にするbが求める返済金となる。

$$b = \frac{ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

(参考)

$$T = 1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} \text{ とおく。}$$

$$xT = x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n$$

差 $T - xT$ を求めると、

$$(1-x)T = 1 - x^n$$

したがって、 $T = \frac{1 - x^n}{1 - x}$